Лекция 2
Электрическое поле

Вопросы. *Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Вектор напряженности поля точечного заряда. Принцип суперпозиции полей. Поле электрического диполя. Диполь во внешнем электрическом поле.*

2.1. Электрическое поле

Закон Кулона не дает ответа на ряд вопросов: почему появляются силы, действующие на электрический заряд; каким образом они передаются от одного заряда к другому; механические силы возникают только при наличии двух зарядов, или в окружающем пространстве возникают какие-либо изменения даже при наличии одного заряда?

Исторически сложилось так, что параллельно существовали две теории, которые объясняли взаимодействие тел, в том числе и наэлектризованных. По одной из них предполагалось, что взаимодействие происходит без участия посредника, среды или каких то третьих тел, т. е. через пустоту и мгновенно. Эта теория получила название теории дальнодействия. В таком случае при наличии только одного заряда в окружающем пространстве никаких изменений не происходит.

Согласно второй теории любое взаимодействие между разобщенными телами передаются только при наличии какой-либо среды, причем, последовательно от одной ее части к другой и с конечной скоростью. Теория называется теорией близкодействия.

Современная физика признает только последнюю и отвергает теорию дальнодействия. Допущение возможности передачи силовых взаимодействий через пустоту без участия материи то же самое, что допустить возможность движения без материи. Это не имеет смысла.

Таким образом, для понимания механизма передачи силового взаимодействия между неподвижными зарядами, необходимо допустить существование между ними физического агента – *электрического поля*.

Электрическое поле есть вид материи, посредством которого осуществляется силовое воздействие на электрические заряды, находящиеся в этом поле.

Электрическое поле, созданное системой неподвижных зарядов называют, *электростатическим полем*. Поскольку электростатическое поле является частным случаем поля электрического, в дальнейшем будем использовать оба термина. Основное свойство электрического поля: ***на всякий заряд, помещенный в это поле, действует сила***.

2.2. Напряженность электрического поля

Силовой характеристикой электрического поля является вектор напряженности. Для понимания этой физической величины рассмотрим следующий случай. В некоторую точку поля точечного заряда q поместим другой точечный заряд q_1. Такой заряд, помещенный в электрическое поле для его изучения, называют *пробным*. Согласно закону Кулона на него будет действовать сила $F_1 \sim q_1$, т. е. сила пропорциональная величине пробного заряда. Если в эту же точку поместить заряд q_2, то на него будет действовать сила $F_2 \sim q_2$, $q_n - F_n \sim q_n$. Однако при делении любой из этих сил на величину соответствующего пробного заряда получим:

$$\frac{\vec{F}_1}{q_1} = \frac{\vec{F}_2}{q_2} = \cdots \frac{\vec{F}_n}{q_n} = \vec{E}\,.$$

Отношение силы, действующей на пробный заряд, к величине этого заряда не зависит от выбора пробного заряда, характеризует поле в точке, где находится пробный заряд и называется *напряженностью электрического поля*.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}\,. \qquad (2.1)$$

Напряженность электрического поля – величина векторная. Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением вектора силы, действующей на положительный пробный заряд, помещенный в данную точку поля.

Аналитически в пространстве напряженность электрического поля задается тремя функциями:

$$E_x = f_1(x,y,z)\,,\ E_y = f_2(x,y,z)\,,\ E_z = f(x,y,z)\,,$$

где E_x, E_y, E_z – проекции вектора напряженности на соответствующие координатные оси.

Если вектор $\vec{E}$ в любой точке поля имеет одинаковое направление и имеет одинаковый модуль, то такое поле называют *однородным*.

Единицей измерения напряженности электрического поля является вольт на метр:

$$[E] = \frac{1\text{Í}}{1\hat{\text{E}}\ddot{\text{e}}} = \frac{1\ddot{\text{A}}\text{æ}/\text{ì}}{1\ddot{\text{A}}\text{æ}/\hat{\text{A}}} = 1\,\hat{\text{A}}/\text{ì}\ .$$

1 В/м – это напряженность электрического поля, в котором на заряд величиной в 1 Кл действует сила в 1 Н.

2.3. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции электростатических полей

Если поле создано одним точечным зарядом q, то выражение для расчета напряженности в любой его точке на произвольном расстоянии r согласно закону Кулона получается путем деления его левой и правой частей на величину пробного заряда $q_{\text{ïð}}$:

$$E = \frac{F}{q_{\text{ïð}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}. \qquad (2.2)$$

Напряженность поля точечного заряда убывает прямо пропорционально квадрату расстояния от заряда.

Поскольку за направление напряженности электрического поля взято направление силы действующей на положительный пробный заряд, векторы напряженности полей, созданных положительным и отрицательным зарядами имеют противоположное направление (рис. 2.1).

В векторной форме выражение для расчета поля точечного заряда имеет вид:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{ïð}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}. \qquad (2.3)$$

Из выражения (2.1) следует, что, если в данной точке известна напряженность электрического поля, то тем самым определяется и сила, действующая на электрический заряд, помещенный в эту точку:

$$\vec{F} = q\vec{E}. \qquad (2.4)$$

Электрическое поле может создаваться не одним, а несколькими точечными зарядами. В таком случае его напряженность равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из этих зарядов в отсутствие остальных:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i, \qquad (2.5)$$

где N число точечных зарядов. Выражение (2.5) носит название *принципа суперпозиции* (независимости) электрических полей. Равенство (2.5) совсем не очевидно и является обобщением огромного числа опытных данных. Оно никак не доказывается и возможно нарушается на малых расстояниях порядка размера атомных ядер (10^{-15} м) и в очень сильных электрических полях. Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов, а не только точечных. Разбив протяженные заряды на достаточно малые доли dq, любую систему зарядов можно свести к совокупности точечных зарядов.

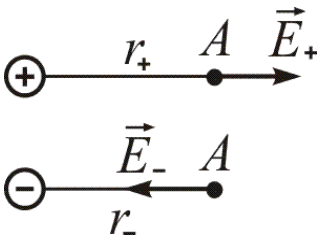

Рис. 2.1

2.4. Напряженность поля электрического диполя

Электрическим диполем называют систему двух одинаковых по величине и противоположных по знаку точечных зарядов $+q$ и $-q$. Если расстояние l между зарядами значительно меньше расстояния r до точки, где рассматривается поле, создаваемое этими зарядами, то диполь называется точечным. Прямая, проходящая через оба заряда, называется осью диполя (рис. 2.2).

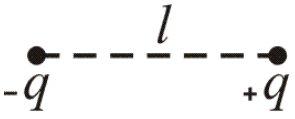

Рис. 2.2

Вектор $\vec{l}$, направленный от отрицательного заряда к положительному, называется *плечом диполя*. Вектор $\vec{P} = q\vec{l}$ называется *электрическим моментом диполя*, или *дипольным моментом*. Направление вектора $\vec{P}$ совпадает с направлением вектора $\vec{l}$ (рис. 2.3).

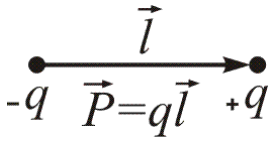

Рис. 2.3

Для получения выражения, позволяющего рассчитать напряженность поля точечного диполя в любой точке пространства, рассмотрим два частных случая. Пусть точка наблюдения лежит на оси диполя и находится на расстоянии r от ее центра.

Результирующее поле согласно принципу суперпозиции: $\vec{E} = \vec{E}_- + \vec{E}_+$, где $\vec{E}_-$, $\vec{E}_+$ – напряженности полей, создаваемые сответственно отрицательным и положительным зарядами:

Поскольку векторы $\vec{E}_-$ и $\vec{E}_+$ направлены вдоль оси диполя, их векторную сумму можно заменить алгебраической:

$$\mathring{A} = \mathring{A}_+ - \mathring{A}_- = k\frac{q}{r_+^2} - k\frac{q}{r_-^2}.$$

Из рис. 2.4 видно,что

$$r_+ = r - \frac{l}{2},$$

а

$$r_- = r + \frac{l}{2},$$

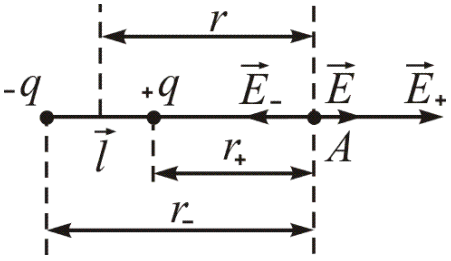

Рис. 2.4

и тогда

$$E = kq\left\{\frac{1}{r_+^2} - \frac{1}{r_-^2}\right\} = kq\left\{\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}\right\} =$$

$$= rq\frac{r^2 + rl + \frac{l^2}{4} - r^2 + rl - \frac{l^2}{4}}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = kq\frac{2rl}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}.$$

Так как согласно определению точечного диполя r много больше l, то $\frac{l^2}{4} \approx 0$ и

$$E = 2kq\frac{l}{r^3} = 2k\frac{P}{r^3}. \qquad (2.6)$$

Рассмотрим случай, когда точка наблюдения находится на перпендикуляре, восстановленном к середине плеча диполя (рис. 2.5).

Как и в первом случае напряженность поля в точке A $\vec{E} = \vec{E}_- + \vec{E}_+$.

Поскольку расстояния r_+ и r_- точки A от обоих зарядов равны между собой, то

$$E_+ = E_- = k\frac{q}{r_+^2}.$$

Как видно из рис. 2.5 модуль результирующего вектора напряженности равен

$$E = E_+\cos\varphi + E_-\cos\varphi = 2k\frac{q}{r_+^2}\cos\varphi,$$

или, учитывая, что

$$r_+^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + r^2,\ \cos\varphi = \frac{l}{2r_+} = \frac{l}{2\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

и что r много больше l, получим:

$$E = k\frac{ql}{r^3} = k\frac{P}{r^3}. \qquad (2.7)$$

Определение напряженности в произвольной точке поля (рис. 2.6) сводится к рассмотренным выше частным случаям.

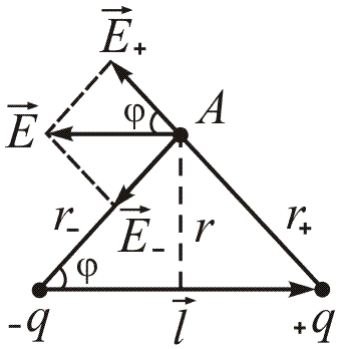

Рис. 2.5

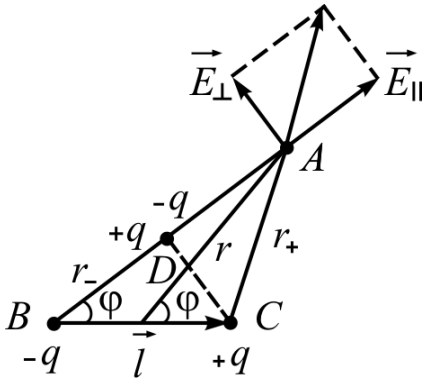

Рис. 2.6

Опустим из заряда $+q$ перпендикуляр CD на линию наблюдения AB и поместим в точке D два заряда $+q$ и $-q$. Это не изменит поля. Но полученную систему из четырех зарядов можно рассматривать как два диполя с дипольными моментами P_1 и P_2. Вообще при вычислении напряженности поля или сил, действующих на диполь, последний всегда можно заменить системой любого числа диполей, векторная сумма моментов которых равна моменту рассматриваемого диполя. Из треугольника BCD можно записать $P_1 = P\cos\varphi$, а $P_2 = P\sin\varphi$. И тогда напряженность поля в точке A, создаваемого диполем с моментом $Ð_1$

$$E_1 = 2k\frac{P_1}{r^3} = 2k\frac{P\cos\varphi}{r^3},$$

а диполем с моментом $Ð_2$

$$E_2 = k\frac{P_2}{r^3} = k\frac{P\sin\varphi}{r^3}.$$

Суммарная напряженность поля в точке A рассчитывается согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, или

$$Å = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{4k^2\frac{P^2\cos^2\varphi}{r^6} + k^2\frac{P^2\sin^2}{r^6}} = \frac{kP}{r^3}\sqrt{3\cos^2\varphi + 1}. \qquad (2.8)$$

Легко заметить, что при $\varphi = 0$ из (2.8) получается (2.6), а при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ – (2.7).

Таким образом напряженность электрического поля диполя прямо пропорциональна величине дипольного момента и обратно пропорциональна кубу расстояния от диполя.

2.5. Диполь во внешнем электрическом поле

В однородном электрическом поле вектор напряженности имеет одно и то же направление в любой точке (рис. 2.7) и на диполь будут действовать силы F_+ и F_-. Очевидно, что эти силы равны по модулю $F_+ = F_- = qE$ и противоположны по направлению. Они образуют пару сил, плечо которой равно $l\sin\alpha$. Модуль момента этой пары сил равен произведению силы и плеча $M = qEl\sin\alpha = PE\sin\alpha$, или в векторном виде

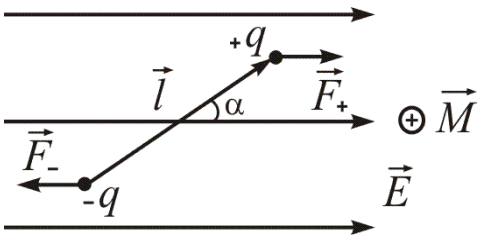

Рис. 2.7

$$\vec{M} = \vec{P}\times\vec{E}. \qquad (2.9)$$

Однородное электрическое поле стремится повернуть диполь таким образом, чтобы векторы $\vec{P}$ и $\vec{E}$ стали параллельными. При повороте диполя

на бесконечно малый угол $d\alpha$ поле выполняет работу $dA = M\,d\alpha = PE\sin\alpha\cdot d\alpha$. На такую же величину изменяется потенциальная энергия диполя $dW = PE\sin\alpha\cdot d\alpha$. При повороте на угол α энергия диполя измениться на величину:

$$W = \int PE\sin\alpha\cdot d\alpha = -PE\cos\alpha + C\,.$$

При $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ потенциальная энергия равна нулю, а значит и постоянная интегрирования $C = 0$. И тогда

$$W = -PE\cos\alpha\,. \qquad (2.10)$$

Существуют два положения равновесия диполя в однородном электростатическом поле: когда векторы $\vec{P}$ и $\vec{E}$ параллельны и антипараллельны. В первом случае $\alpha = 0$, соответственно $\cos 0 = 1$, потенциальная энергия отрицательна. Во втором случае $\cos 180° = -1$ и потенциальная энергия положительна. Состояние устойчивого равновесия соответствует минимуму потенциальной энергии системы, или по-другому это означает, что при выведении системы из равновесия возникают силы, которые стремятся вернуть ее в первоначальное состояние. Из рисунка видно, что при $\alpha = 0$ такие силы возникают.

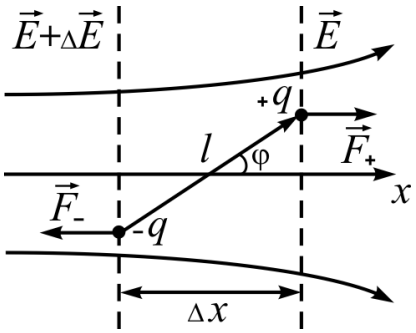

Рис. 2.8

Рассмотрим поведение диполя в неоднородном электростатическом поле (рис. 2.8).

В таком поле диполь будет поворачиваться до устойчивого состояния. Однако поскольку сила, действующая на отрицательный заряд больше за силу, действующую на положительный заряд ($F_- > F_+$), то диполь будет втягиваться в более сильное поле.

Равнодействующая этих сил равна

$$f = F_- - F_+ = q(E + \Delta E) - qE = q\Delta E\,.$$

Умножим и разделим полученное выражение на Δx и получим:

$$f = q\frac{\Delta E}{\Delta x}\Delta x = q\frac{\Delta E}{\Delta x}l\cos\alpha\,,$$

или

$$f = p\frac{\Delta E}{\Delta x}\cos\alpha\,,$$

или

$$f = p\frac{dE}{dx}\cos\alpha\,.$$