

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/328829890>

Электромагнитное поле соленоида

Article · May 2017

CITATIONS

0

READS

156

1 author:



Iskander Mubarakshin

Mari State University

14 PUBLICATIONS 1 CITATION

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Physical education [View project](#)



Special theory of relativity [View project](#)

Электромагнитное поле соленоида

Искандер Рахимович Мубаракшин

Марийский государственный университет (МарГУ)

424001 Россия, Йошкар-Ола, пл. Ленина, д. 1; e-mail: mubair@mail.ru

Рассмотрено полное поле соленоида с постоянным током, включающее и электрическую составляющую. Прослеживается образование поля бесконечно длинного соленоида из поля проводящей плоскости, по которой равномерно распределен ток, при сворачивании ее в цилиндр. Определены потоки энергии в пространстве соленоида. *Ключевые слова:* соленоид, магнитное поле соленоида, электрическое поле соленоида, потоки энергии в пространстве соленоида, эффект Ааронова–Бома.

«Почему такой соленоид не создает однородного поля во всем пространстве снаружи? ... соленоид можно сделать сколь угодно тонким, и было бы действительно странно, если бы соленоид исчезающе малого диаметра мог создать везде поле конечной силы. Может быть вам удастся придумать более подходящее объяснение.»

Парселл Э.

Введение

Соленоид обычно представляют как устройство для создания сильных магнитных полей. При простейшем расчете поля соленоида часто рассматривают бесконечный соленоид как предельный случай длинного соленоида, но конечной длины. При этом особое внимание уделяют доказательству того, что вне бесконечного соленоида магнитное поле равно нулю [1, 2]. Но полное поле соленоида даже с постоянным током включает и электрическую составляющую, учет которой позволяет определить и рассчитать потоки энергии в пространстве соленоида. Для наглядности прослеживается образование поля бесконечно длинного соленоида из поля плоскости, по которой течет ток, при сворачивании ее в цилиндр. Приводится полное поле, находятся потоки энергии и определяется соотношение потоков через наружную и внутреннюю поверхности обмотки соленоида.

Соленоид как плоский проводящий слой, свернутый в цилиндр

Рассмотрим бесконечно длинный соленоид с внутренним радиусом R (радиусом полости). Пусть толщина обмотки $a \ll R$ и число витков на единицу длины соленоида равно n . Если витки плотно прилегают друг к другу, то обмотку можно рассматривать как цилиндрический проводящий слой с радиусами R и $R + a$, по которому циркулируют токи в плоскостях, перпендикулярных оси соленоида. Линейная (поверхностная) и объемная плотности токов соответственно равны

$$i = In, \quad j = \frac{i}{a}, \tag{1}$$

где I – ток в витках соленоида.

Проведем аналогию с полем плоскости, по которой равномерно распределен ток с линейной плотностью i . В пространстве по обе стороны такой плоскости должно существовать магнитное поле, напряженность которого равна $H = i/2$ и направлена параллельно плоскости, перпендикулярно току и в противоположные стороны по разные стороны плоскости. Представим плоскость с током как тонкий проводящий слой толщины a с проводимостью λ . По закону Ома

$$j = \lambda E \tag{2}$$

в проводящем слое должно быть электрическое поле. Следовательно, в соответствии с граничными условиями, и в пространстве по обе стороны плоскости должно быть электрическое поле с напряженностью $E = i/(a\lambda)$, направление которого совпадает с направлением тока, (рис. 1).

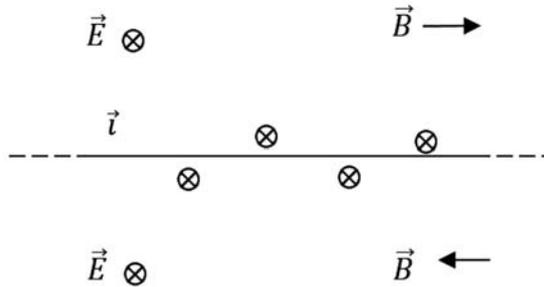


Рисунок 1. Поле проводящей плоскости, по которой равномерно распределен ток с линейной плотностью i .

Возьмем теперь две параллельные плоскости с токами, отстоящие на некотором расстоянии друг от друга. Линейные плотности токов одинаковы, но токи направлены противоположно. Тогда магнитные поля в пространстве между плоскостями направлены одинаково и при наложении усиливают друг друга, а вне плоскостей вычитаются и таким образом уничтожаются. Электрические же поля уничтожаются во всех областях: и вне плоскостей, и между плоскостями.

Аналогично, если представить бесконечный соленоид как свернутый в цилиндр плоский проводящий слой с линейной плотностью тока i , то вне цилиндра магнитное поле равно нулю. Внутри цилиндра в полости поля отдельных элементов слоя, параллельных оси цилиндра, складываются и усиливают друг друга. В самом проводящем слое магнитное поле линейно убывает вдоль радиуса, так как ток в витках

обмотки одинаков и можно принять, что ток равномерно распределен по сечению проводящего слоя.

Иначе трансформируется электрическое поле плоского слоя при сворачивании в цилиндр. Вне цилиндра силовые линии становятся концентрическими окружностями, плоскости которых перпендикулярны оси цилиндра. Внутри проводящего слоя электрическое поле должно быть постоянно при равномерном распределении тока по сечению, а в полости цилиндра равно нулю (на внутренней поверхности проводящего слоя образуются поверхностные заряды).

Электрическое и магнитное поля соленоида

Введем цилиндрические координаты $\{r, \alpha, z\}$, ось Z которых совпадает с осью цилиндра. Тогда напряженности магнитного и электрического полей равны

$$\vec{H} = (0, 0, H_z), \quad \vec{E} = (0, E_\alpha, 0),$$

$$H_z = \begin{cases} H_1 = i, & 0 \leq r \leq R \\ \frac{H_1}{a}(R+a-r), & R \leq r \leq R+a \\ 0, & r > R+a \end{cases}, \quad E_\alpha = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < R \\ \frac{H_1}{a\lambda}, & R < r \leq R+a \\ \frac{H_1}{a\lambda} \frac{R+a}{r}, & r > R+a \end{cases}.$$

Эти формулы получаются как решения уравнений для постоянных электрического и магнитного полей при заданном распределении токов (1) и соответствующих граничных условиях и учете закона Ома (2). Графически напряженности полей представлены на рис. 2(а, б).

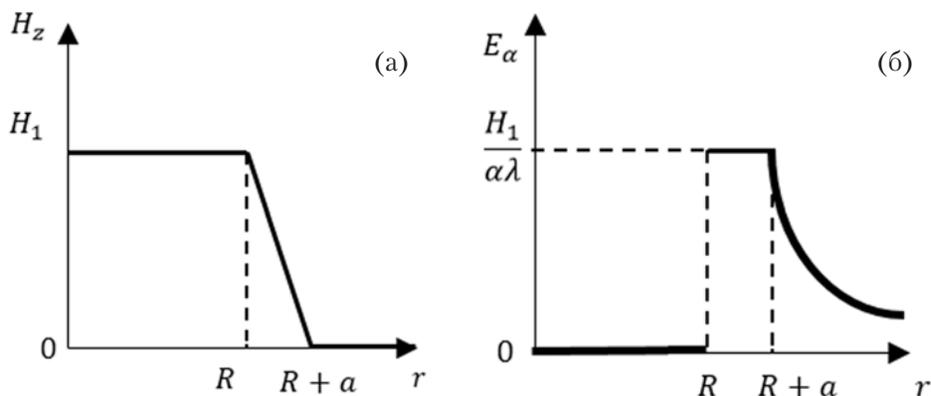


Рисунок 2. Магнитное (а) и электрическое (б) поля бесконечного соленоида как цилиндрического проводящего слоя.

Образно говоря, при сворачивании в цилиндр плоского проводящего слоя кольцевое электрическое поле охватывает линии магнитного поля и удерживает их внутри цилиндра в полости (рис. 3).

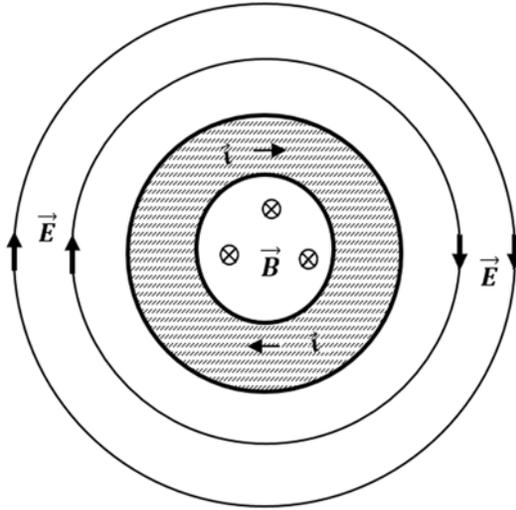


Рисунок 3. Конфигурация электромагнитного поля бесконечного соленоида с током.

Заметим, что электрическое поле вне цилиндра, $r > R + a$, является электростатическим, не вихревым (см. подробнее [3]).

Поток энергии в пространстве соленоида

Найдем поток энергии. Вектор Умова–Пойнтинга $\vec{P} = [\vec{E}, \vec{H}]$ отличен от нуля только в области проводящего слоя $R < r < R + a$, где неравны нулю одновременно \vec{E} , и \vec{H} , и направлен радиально от оси цилиндра:

$$\vec{P} = (P(r), 0, 0), \quad P(r) = \frac{H_1^2}{a^2 \lambda} (R + a - r).$$

Максимальное значение плотность потока энергии принимает на внутренней поверхности соленоида, то есть при $r = R$, $P_m = H_1^2 / (a\lambda) = P(R)$, и спадает линейно до нуля на внешней поверхности соленоида (рис. 4).

Сравним поток поступающей энергии с выделением джоулева тепла. Поток энергии, втекающей через внутреннюю поверхность цилиндрического слоя, на единицу длины соленоида равен

$$\Sigma = P(R)2\pi R = 2\pi R \frac{H_1^2}{a\lambda}.$$

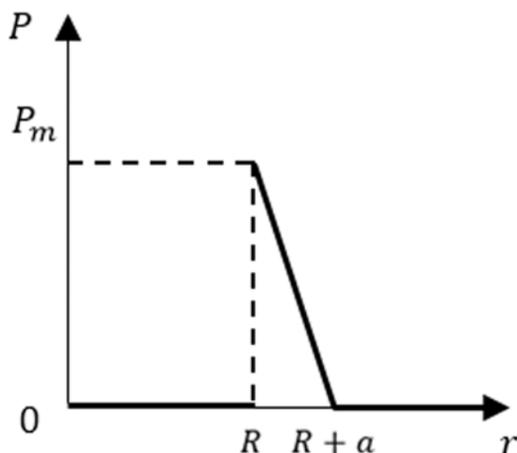


Рисунок 4. Плотность потока энергии в пространстве соленоида.

Джоулево тепло на единицу длины соленоида за единицу времени равно $Q = I_1^2 R_1$, где $I_1 = In = H_1$ – ток, приходящийся на единицу длины соленоида, $R_1 = 2\pi R/(\lambda a)$ – сопротивление обмотки соленоида на единицу длины. Подставляя, получим

$$\Sigma = Q.$$

Учет осевой составляющей тока соленоида

Рассмотренная идеализированная картина поля соленоида не учитывает осевой составляющей тока соленоида.

«Любой реальный соленоид представляет собой спираль, в которой, кроме кругового тока, существует некоторая продольная компонента тока, обусловленная смещением витков вдоль оси. Рассмотрите ток как суперпозицию кругового тока, созданного листом, свернутым в цилиндр, и продольного тока, текущего по образующим другого цилиндра, ...» [2, с. 418].

Следуя этой рекомендации, введем h – шаг обмотки спирали. Тогда, пренебрегая толщиной обмотки соленоида по сравнению с его радиусом, то есть полагая $R \gg a$, имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{2\pi R},$$

где α – угол между направлением тока в витках и плоскостью, перпендикулярной оси соленоида. Осевая или продольная компонента тока в витках и поперечная будут, соответственно, равны

$$I_{\parallel} = I \sin \alpha, \quad I_{\perp} = I \cos \alpha.$$

Все, рассмотренное выше, связано с поперечными токами. При учете продольной компоненты линейная (поверхностная) и объемная плотности поперечных токов соленоида принимают вид

$$i_{\perp} = In \cdot \cos \alpha, \quad j_{\perp} = \frac{i_{\perp}}{a},$$

и напряженность магнитного поля внутри соленоида запишется в виде

$$H_1 = i_{\perp} = In \cdot \cos \alpha.$$

Соответственно, для потока энергии, втекающей через внутреннюю поверхность цилиндрического слоя, на единицу длины соленоида получим

$$\Sigma_1 = 2\pi R \frac{H_1^2}{a\lambda} = \frac{1}{a\lambda} 2\pi R \cdot i_{\perp}^2.$$

Линейная (поверхностная) и объемная плотности продольных токов соленоида будут равны (полагая $R \gg a$)

$$i_{\parallel} = In \frac{h}{2\pi R} \sin \alpha = In \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha, \quad j_{\parallel} = \frac{i_{\parallel}}{a}.$$

Продольная компонента тока создает магнитное поле в пространстве вне соленоида как простой провод с постоянным током

$$I_z = i_{\parallel} 2\pi R = Inh \cdot \sin \alpha.$$

Напряженность этого поля

$$H_2 = \frac{I_z}{2\pi r} = i_{\parallel} \frac{R}{r}, \quad r \geq R,$$

и на поверхности соленоида равна $H_2(R) = i_{\parallel}$.

Напряженность соответствующего электрического поля

$$E_2(R) = \frac{1}{\lambda} j_{\parallel} = \frac{1}{a\lambda} i_{\parallel}.$$

При этом поток энергии в проводящий слой также направлен радиально, но происходит через наружную поверхность соленоида. Плотность потока

$$P_2(R) = E_2(R)H_2(R) = \frac{1}{a\lambda} i_{\parallel}^2.$$

На единицу длины соленоида приходится поток энергии

$$\Sigma_2 = 2\pi R E_2(R)H_2(R) = \frac{1}{a\lambda} 2\pi R i_{\parallel}^2,$$

что также совпадает с выделением джоулева тепла за счет продольного тока на единице длины соленоида (см., например, [4])

$$\Sigma_2 = Q_2.$$

Найдем отношение этих потоков

$$\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = \left(\frac{i_{\parallel}}{i_{\perp}} \right)^2 = tg^2 \alpha = \left(\frac{h}{2\pi R} \right)^2.$$

Отсюда видно, что основной нагрев обмотки соленоида происходит изнутри.

Заключение

Если отвлечься от осевой или продольной составляющей тока соленоида, то действие кругового или поперечного тока проявляется в двух отношениях. Во-первых, он создает магнитное поле внутри соленоида, во-вторых, экранирует область вне соленоида от магнитного поля. В связи с этим уместно вспомнить эффект Ааронова-Бома [5]. В варианте опыта по обнаружению эффекта с соленоидом, см., например, [6], предполагается, что «волновая функция частицы целиком сосредоточена в области, где магнитное поле отсутствует». Но обеспечить «отсутствие» магнитного поля можно только за счет экранировки с помощью токовой поверхности. Следовательно, в области, в которой рассматривается волновая функция частицы, должно присутствовать электрическое поле. Учет электрического поля снимает некоторую мистичность эффекта Ааронова-Бома с точки зрения классической физики.

Литература

1. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, Глав. ред. ФМЛ, 1976. – 616 с. – Глава IV, § 49.
2. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм (Берклевский курс физики. Т. II) – М.: Наука, Глав. ред. ФМЛ, 1971. – 448 с. – Гл. 6, § 6.5.
3. *Мубаракиши И.Р.* Ошибки формального применения закона электромагнитной индукции Фарадея // Физическое образование в вузах. Т. 23, № 1, 2017, с. 11–19.
4. *Калашиников С.Г.* Электричество. 5-е изд. – М.: Наука, Глав. ред. ФМЛ, 1985. – 576 с. – § 242, с. 524.
5. *Aharonov Y., Bohm D.* Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory. // Phys. Rev., 1959, vol. 115, p. 485.
6. *Скаржинский В.Д.* Ааронова-Бома эффект // Физическая энциклопедия. Т. 1. – М.: Сов. Энциклопедия, 1988. – 704 с. – С. 7–8.

Electromagnetic Field of the Solenoid

Iskander R. Mubarakshin

*FGBOU VO «Mari State University» (MarSU),
Department of physics and methods of teaching physics;
Lenin sq., 1, Ioshkar-Ola, 424001, Russian Federation;
e-mail: mubair@mail.ru*

Received May 12, 2017

PACS 01.55.+b

Complete field of the solenoid with a direct current including an electric component, is considered. Formation of the field of the infinitely long solenoid from the field of the conductive plane with evenly distributed current during its curling into the cylinder is traced. Energy flows in solenoid space are defined.

Keywords: solenoid, magnetic field of the solenoid, the electric field of the solenoid, the flow of energy in the space of the solenoid, the Aharonov-Bohm effect.

References [in Russian]

1. *Tamm I.E.* Principles of theory of electricity. – M.: Nauka, Glav. Red. PML, 1976. – 616 p. – Ch. IV, § 49.
2. *Purcell E.* Electricity and magnetism (Berkeley physics course. Vol. 2). – M.: Nauka, Glav. Red. PML, 1971. – 448 p. – Ch. 6, § 6.5.
3. *Mubarakshin I.R.* [Errors of the formal application of Faraday's electromagnetic induction law] // Fizicheskoe obrazovanie v vuzah [Physics in Higher Education]. Vol. 23, № 1, 2017, p. 11–19.
4. *Kalashnikov S.G.* Electricity. 5-th edition. – M.: Nauka, Glav. Red. PML, 1985. – 576 p. – § 242, p. 524.
5. *Aharonov Y., Bohm D.* Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory. // Phys. Rev., 1959, Vol. 115, p. 485.
6. *Skarzhinskiy V.D.* Aharonov-Bohm effect // Fizicheskaya enciklopediya. Vol.1. – M.: Sov. Enciklopediya, 1988. – 704 c. – p. 7–8.